

CUPRINS

Introducere	11
1. Elemente de algebră liniară	13
1.1. Sisteme de ecuații liniare	13
1.2. Sisteme de inecuații liniare	17
1.3. Spații vectoriale	20
1.4. Spații euclidiene	26
1.5. Aplicații liniare	29
1.6. Valori proprii și vectori proprii asociați unei aplicații liniare	32
1.7. Forme liniare. Forme pătratice	37
1.8. Reducerea unei forme pătratice la forma canonică	41
2. Programare liniară	45
2.1. Introducere	45
2.2. Forma generală a problemei de programare liniară	47
2.3. Soluțiile problemei de programare liniară	49
2.4. Metoda simplex de rezolvare a unui program liniar standard	51
2.5. Metoda bazei artificiale	56
2.6. Cazul în care sistemul de restricții conține inegalități	62
2.7. Dualitatea în programarea liniară	67
2.8. Aplicații în economie	73
2.9. Probleme de transport	76
3. Elemente de analiză matematică	86
3.1. Funcții vectoriale	86
3.2. Limite iterate	90
3.3. Continuitatea funcțiilor vectoriale	91
3.4. Continuitatea parțială	92
3.5. Derivate parțiale	93
3.6. Interpretarea economică a derivatelor parțiale	94
3.7. Diferențiabilitatea funcțiilor de mai multe variabile	95
3.8. Derivate parțiale de ordin superior	99
3.9. Formula lui Taylor	100
3.10. Extremele funcțiilor de mai multe variabile	101
3.11. Funcții implicite	105
3.12. Extreme condiționate (legate)	106
3.13. Funcții omogene de mai multe variabile	108
3.14. Funcții omogene în economie	109
3.15. Ecuații diferențiale	110
3.16. Ecuații diferențiale care nu conțin variabile independente	111
3.17. Ecuații cu variabile separabile	112

3.18. Ecuații omogene	112
3.19. Ecuații reductibile la ecuații omogene	113
3.20. Ecuații liniare de ordinul întâi	114
3.21. Unele aplicații în economie a ecuațiilor diferențiale	115
4. Teoria probabilităților și statistică matematică.....	118
4.1. Câmp de evenimente, Probabilitate	118
4.1.1. Câmp de evenimente	118
4.1.2. Probabilitate pe un câmp finit de evenimente	124
4.1.3. σ – câmp de probabilitate	129
4.1.4. Evenimente independente. Probabilitate condiționată ...	131
4.2. Variabile aleatoare. Caracteristici numerice. Funcție de repartiție	136
4.2.1. Variabile aleatoare discrete	137
4.2.2. Momentele unei variabile aleatoare discrete.....	142
4.2.3. Variabile aleatoare de tip continuu	146
4.2.4. Funcție de repartiție	148
4.2.5. Momentele unei variabile de tip continuu	156
4.2.6. Funcție caracteristică	160
4.3. Repartiții probabilistice clasice	167
4.3.1. Repartiții de tip discret	167
4.3.1.1. Teorema particulară a experimentelor repetate ...	167
4.3.1.2. Teorema generală a experimentelor repetate	171
4.3.1.3. Repartiția Poisson de parametru λ	173
4.3.1.4. Schema polinomială	175
4.3.1.5. Schema bilei nerevenite	176
4.3.2. Repartiții de tip continuu	177
4.3.2.1. Repartiția de densitate uniformă	177
4.3.2.2. Legea normală	181
4.3.2.3. Repartiția lognormală	188
4.3.2.4. Repartiția exponențială negativă	188
4.3.2.5. Repartiția χ^2	189
4.3.2.6. Repartiția Student	191
4.4. Sisteme de variabile aleatoare	192
4.4.1. Sisteme de două variabile aleatoare	193
4.4.2. Caracteristici numerice ale sistemelor de două variabile aleatoare. Covarianță. Coeficient de corelație	200
4.5. Teoria selecției.....	205
4.5.1. Generalități.....	205
4.5.2. Selecții	205
4.5.3. Funcția de repartiție de selecție	206
4.5.4. Valori tipice de selecție	207

4.6. Teoria estimației	211
4.6.1. Estimații consistente, corecte și absolut corecte, nedeplasate, deplasate	212
4.6.2. Funcții de estimare eficiente. Metoda verosimilității maxime	214
5. Elemente de teoria grafurilor	220
5.1. Introducere. Definiții	220
5.2. Matrici asociate unui graf. Proprietăți ale grafurilor	224
5.2.1. Matricea conexiunilor directe	224
5.2.2. Matricea drumurilor	225
5.2.3. Determinarea drumurilor hamiltoniene în grafuri fără circuite	228
5.2.4. Determinarea drumului hamiltonian în graf cu circuite ...	231
5.2.5. Drumuri de valoare într-un graf; algoritmul Bellman-Kalaba	233
5.3. Flux maxim într-o rețea de transport	241
6. Elemente de matematici financiare	252
6.1. Dobânda simplă	252
6.2. Dobânda compusă	254
6.3. Operațiuni de scont. Notații și denumiri	257
6.4. Plăți eșalonate (rente)	264
6.4.1. Anuități constante posticipate	264
6.4.2. Anuități constante anticipate	267
6.4.3. Plăți eșalonate fracționate	268
6.5. Împrumuturi	269
6.5.1. Amortizarea unui împrumut prin anuități constante posticipate	270
6.5.2. Împrumuturi cu anuități (rate) constante, plătibile la sfârșitul anului (posticipat)	271
6.5.3. Împrumuturi cu anuități (rate) constante cu dobândă plătită la începutul anului (anticipat)	274
6.5.4. Împrumuturi rambursabile o singură dată	277
6.5.5. Împrumuturi cu amortizamente egale	278
7. Elemente de matematici actuariale	280
7.1. Asigurări de persoane	280
7.1.1. Probabilitatea de viață și de moarte	282
7.1.2. Asigurarea unei sume în caz de supraviețuire la împlinirea termenului de asigurare	285
7.1.3. Anuități viagere posticipate imediate	286
7.1.4. Anuități viagere anticipate imediate	286
7.1.5. Anuități limitate la n ani	287
7.1.6. Anuități viagere amânate	288

7.2. Asigurarea de pensie	288
7.3. Asigurarea de deces	289
7.4. Asigurări mixte	291
8. Modele matematice pentru gestiunea stocurilor	293
8.1. Noțiuni generale	293
8.2. Modele deterministe	293
8.2.1. Model de stocare a unui produs cu cerere constantă, perioadă constantă de reprovizionare și fără lipsă de stoc	293
8.2.2. Model de stocare a unui produs cu cerere constantă, perioadă constantă de reprovizionare și cu posibilitatea lipsei de stoc	295
8.2.3. Model de stocare a unui produs cu cerere constantă, perioadă constantă de reprovizionare, fără lipsă de stoc, luând în considerare și costul de achiziție sau de producție	299
8.2.4. Model de stocare a mai multor produse	300
8.3. Modele probabiliste	302
8.3.1. Model de stocare a unui produs cu cererea aleatoare, cu pierdere în cazul surplusului de stoc, cu cheltuieli suplimentare în cazul lipsei de stoc și cu cost de stocaj neglijabil	302
8.3.1.1. Cazul discret	302
8.3.1.2. Cazul continuu	305
8.3.2. Model de stocare a unui produs cu cerere aleatoare, cu cost de stocare și cost de penalizare pentru lipsă de stoc ..	306
8.3.2.1. Cazul discret	307
8.3.2.2. Cazul continuu	310
9. Elemente de teoria așteptării	312
9.1. Structura de bază și caracteristicile unui sistem de așteptare	312
9.2. Măsurarea performanțelor sistemului de așteptare. Relații de bază.....	313
9.3. Legi probabilistice ale sosirilor și ale serviciilor	315
9.4. Deducerea ecuațiilor de stare pentru un fenomen de așteptare în regim staționar	316
9.4.1. Cazul $n = 0$	317
9.4.2. Cazul $n > 0$	318

9.5. Modele de așteptare	319
9.5.1. Model cu fir nelimitat $(M/M/1):(FIFO/\infty/\infty)$	320
9.5.2. Model cu fir limitat $(M/M/1):(FIFO/N/\infty)$	323
9.5.3. Modul de așteptare cu sosiri poissoniene, timp de servire exponențial, cu s stații identice, populației infinite $(M/M/s):(FIFO/\infty/\infty)$	325
9.5.4. Modelul de așteptare cu sosiri poissoniene, timp de servire exponențial, cu o stație, populație finită $(M/M/1):(FIFO/m-1/m)$	329
9.5.5. Model de așteptare cu sosiri poissoniene, timp de scriere excepțional, cu s stații identice, populația finită $(M/M/s):(FIFO/m-s/m)$	332
Bibliografie	335

© Editura Fundației *România de Mâine*, 2007
Editură acreditată de *Ministerul Educației și Cercetării*
prin *Consiliul Național al Cercetării Științifice*
din Învățământul Superior

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României

Matematici pentru economiști / Rodica Trandafir,
I. Duda (coord.), Aurora Baci, Rodica Ioan, Silviu Bârză
– București, ediția a 3-a, Editura Fundației *România de*
Mâine, 2007
336p.; 23,5 cm
Bibliogr.
ISBN 978-973-163-054-0

I. Trandafir, Rodica
II. Duda, I. (coord.)
III. Baci, Aurora
IV. Ioan, Rodica
V. Bârză, Silviu

51-7:33(075.8)
517(075.8)
519.2(075.8)

Reproducerea integrală sau fragmentară, prin orice formă
și prin orice mijloace tehnice, este strict interzisă
și se pedepsește conform legii.

*Răspunderea pentru conținutul și originalitatea textului
revine exclusiv autorului/autorilor.*

Redactare și tehnoredactare: Silviu BĂRZĂ
Coperta: Marilena BĂLAN

Bun de tipar: 06.12.2007; Coli tipar: 21
Format: 16/70×100

Editura Fundației *România de Mâine*
Bulevardul Timișoara nr. 58, București, Sector 6
Tel./Fax: 021/444.20.91; www.spiruharet.ro
e-mail: contact@edituraromaniademaine.ro