

I. DUDA

STELIAN GRĂDINARU

CALCUL INTEGRAL CU APLICAȚII
VOLUMUL 1

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
DUDA, I.

Calcul integral cu aplicații. / I. Duda, Stelian Grădinaru
– București: Editura Fundației *România de Mâine*, 2007
Bibliogr.

2 vol.

ISBN 978-973-725-823-6 – general

Vol. 1. – 2007 – ISBN 978-973-725-824-3

I. Grădinaru, G

517.3(075.8)

© Editura Fundației *România de Mâine*, 2007

Redactor: Mihaela ȘTEFAN
Tehnoredactor: Stelian GRĂDINARU
Coperta: Cornelia PRODAN

Bun de tipar: 25.04.2007; Coli tipar: 36,5
Format: 16/70×100

Editura și Tipografia Fundației *România de Mâine*
Splaiul Independenței nr.313, București, Sector 6, O.P. 16
Tel./Fax: 444.20.91; www.spiruharet.ro
e-mail: contact@edituraromaniademaine.ro

UNIVERSITATEA *SPIRU HARET*
FACULTATEA DE MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ

I. DUDA

STELIAN GRĂDINARU

CALCUL INTEGRAL CU APLICAȚII
VOLUMUL 1

EDITURA FUNDAȚIEI *ROMÂNIA DE MÂINE*
BUCUREȘTI, 2007

CUPRINS

Prefață	7
Capitolul 1. Integrala nedefinită	
1.1. Generalități.....	9
1.2. Schimbarea de variabilă la integrala nedefinită.....	11
1.3. Integrarea prin părți	26
1.4. Integrale recurente	35
1.5. Integrarea funcțiilor raționale	69
1.5.1. Integrarea funcțiilor raționale elementare	70
1.5.2. Integrarea funcțiilor raționale prin descompunerea în fracții simple	76
1.6. Integrarea funcțiilor exponențiale.....	97
1.7. Integrarea funcțiilor hiperbolice	110
1.7.1. Relații fundamentale. Integrale generale de funcții hiperbolice	110
1.7.2. Integrale recurente care conțin funcții hiperbolice	116
1.7.3. Integrarea funcțiilor raționale în $\operatorname{ch} x$, $\operatorname{sh} x$, $\operatorname{th} x$	122
1.7.4. Integrarea funcțiilor raționale în e^x , $\operatorname{ch} x$, $\operatorname{sh} x$	125
1.8. Integrarea funcțiilor iraționale	132
1.8.1. Integrarea funcțiilor iraționale pe cazuri particulare	132
1.8.2. Integrarea funcțiilor quasiraționale.....	144
1.8.3. Substituțiile lui Euler	149
1.8.4. Alte metode de integrare a funcțiilor iraționale.....	153
1.9. Integrarea funcțiilor trigonometrice.....	167
1.9.1. Integralele de forma $\int R(\sin x, \cos x) dx$	167
1.9.2. Integrale de funcții trigonometrice particulare	172
1.9.3. Integrale trigonometrice diverse	174
1.9.4. Integrarea funcțiilor iraționale cu ajutorul substituțiilor de funcții trigonometrice.....	193
1.10. Integrale binome	197
1.11. Integrale abeliene.....	213
1.12. Integrale diverse	230
Capitolul 2. Integrala definită	
2.1. Sume Riemann. Noțiunea de integrală definită	246
2.2. Formula lui Leibniz – Newton	251

2.3. Proprietățile integralei definite	258
2.4. Formula de integrare prin părți pentru integrala definită	272
2.5. Alte proprietăți ale integrale definite.....	280
2.6. Formule de medie pentru integrala definită.....	300
2.7. Inegalități integrale	310
2.8. Formule de recurență la integrala definită.....	323
2.9. Existența primitivelor unei funcții continue	341
2.10. Calculul aproximativ al integralelor definite	365
Capitolul 3. Aplicații ale integralei definite în geometrie	
3.1. Calculul ariilor suprafețelor plane definite în coordonate carteziene	385
3.2. Calculul ariilor în coordonate parametrice	394
3.3. Calculul ariilor în coordonate polare	409
3.4. Lungimea unui arc de curbă plană reprezentată în coordonate carteziene	427
3.5. Lungimea unui arc de curbă plană reprezentată în coordonate parametrice	446
3.6. Lungimea unui arc de curbă plană reprezentată în coordonate polare	460
3.7. Calculul volumelor solidelor	465
Capitolul 4. Aplicații ale integralei definite în mecanică	
4.1. Aplicații generale ale integralei definite în mecanică	503
4.2. Calculul momentelor statice și al momentelor de inerție. Centre de greutate. Teoremele lui Pappus - Guldin	519
4.3. Probleme diverse	580
Bibliografie	585